Combinant les idees de Daubechies i Mallat, hom pot fer una senzilla transformació ortogonal que pot ser calculada ràpidament pels ordinadors moderns. Les ondetes de Daubechies converteixen la teoria en una eina pràctica que pot ser fàcilment programada i usada per qualsevol científic amb un mínim de formació matemàtica. El primer article Bourbaki de Meyer va establir, de fet, les bases del marc matemàtic adequat per a les ondetes. Això va marcar el començament de la moderna teoria d'ondetes. En els últims anys les ondetes han començat a oferir una alternativa interessant als mètodes de transformada de Fourier.

Curiosament, la primera reacció de Meyer a l'obra de Grossman i Morlet va ser «I què? Nosaltres els analistes harmònics sabíem tot això fa molt de temps!». Però va mirar el treball una altra vegada i es va adonar que Grossman i Morlet havien fet alguna cosa diferent i més interessant. Es va basar en aquesta diferència per formular finalment la seva construcció bàsica. «La construcció de Meyer de les bases ortonormals i els seus resultats posteriors a l'àrea van ser el descobriment clau que obre la porta a tots els nous desenvolupaments matemàtics i aplicacions. Meyer va estar al centre de la catàlisi que va reunir matemàtics, científics i enginyers per a la construcció de la teoria i els algorismes resultants» diu Mallat.

Del treball de Daubechies i Mallat, se n'han explorat moltes aplicacions, incloent el processament del senyal amb multiresolució, compressió d'imatges i dades, telecomunicacions, anàlisi d'empremtes dactilars, estadística, anàlisi numèrica i processament de la parla. L'algorisme ràpid i estable de Daubechies va ser millorat posteriorment en un treball conjunt entre Daubechies i Albert Cohen, un estudiant de Meyer, el qual s'està utilitzant ara en el nou estàndard JPEG2000 per a la compressió d'imatges i és avui dia part del conjunt d'eines estàndard per al processament d'imatges i senyals. També s'han desenvolupat tècniques per a la restauració d'imatges de satèl·lit, basades en l'anàlisi d'ondetes.

Més recentment, ha trobat una sorprenent connexió entre els seus primers treballs en el model de sistemes utilitzats per a la construcció de quasicristalls —els *conjunts de Meyer*— i la tècnica del *compressed sensing*, utilitzada per a la creació i reconstrucció del senyal, usant el coneixement previ que aquest és compressible. Considerant això, ha desenvolupat un nou algorisme per al processament d'imatges. Una versió d'aquest algorisme s'ha instal·lat a la missió espacial Herschel de l'Agència Espacial Europea (ESA), l'objectiu de la qual és proporcionar imatges de les estrelles més antigues i més fredes de l'Univers.

«Que jo sàpiga», diu Wolfgang Dahmen, «Meyer mai ha treballat directament en un problema d'aplicació concreta.» Així, les matemàtiques de Meyer són bons exemples de com la investigació de qüestions fonamentals de la matemàtica sovint produeixen resultats sorprenents en benefici de la humanitat.

R. Ramachandran

Premi Chern 2010: Louis Nirenberg, Courant Institute of Mathematical Sciences, EUA

For his role in the formulation of the modern theory of non-linear elliptic partial differential equations and for mentoring numerous students and post-docs in this area.

Nirenberg és, sens dubte, un dels analistes més destacats del segle XX. La seva obra ha tingut una gran influència en el desenvolupament de diferents àrees de les matemàtiques i les seves aplicacions. En particular, ha estat un líder en la majoria dels desenvolupaments de la teoria d'equacions en derivades parcials (EDP) lineals i no lineals i àrees relacionades de l'anàlisi; les EDP són les eines matemàtiques bàsiques de la ciència moderna. Es plantegen en la física i la geometria quan els sistemes depenen de diverses variables al mateix temps, i les més interessants són no lineals. La importància de les EDP és clara si atenem al fet que dels set Problemes del Mil·lenni del Clay Mathematics Institute (CMI), tres són sobre (o estan relacionats amb) EDP. El treball de Nirenberg sobre EDP és profund i fonamental. Va desenvolupar connexions intricades entre anàlisi i geometria

diferencial i les va aplicar a la mecànica de fluids i a d'altres fenòmens físics.

La tesi de Nirenberg feia referència a una qüestió fonamental de la geometria: la solució a un problema d'immersió en geometria diferencial que Hermann Weyl havia plantejat al voltant de 1916: «donada una mètrica riemanniana sobre una esfera unitat, amb curvatura de Gauss positiva, es pot immergir aquesta 2-esfera isomètricament en l'espai tridimensional com una superfície convexa?» La mateixa tesi fou una finestra als principals interessos de Nirenberg —EDP i especialment EDP el·líptiques. Per donar una resposta positiva a la difícil pregunta de Weyl, Nirenberg utilitzà les idees de Charles Morrey. Va demostrar el problema reduint-lo a un problema d'EDP no lineals. Aquesta equació també és una EDP el·líptica. (En EDP el·líptiques, els coeficients satisfan una desigualtat i tenen aplicacions en gairebé totes les àrees de les matemàtiques, així com nombroses aplicacions en la física. Igual que en el cas general, una EDP el·líptica pot tenir coeficients no constants, i ser no lineal. L'exemple bàsic d'una EDP el·líptica és l'equació de Laplace.)

Com a matemàtic, J. Mawhin ha assenyalat en el seu recent homenatge a Nirenberg que l'*el·lipticitat* és una paraula clau en el treball matemàtic de Nirenberg. Més d'un terç dels articles de Nirenberg contenen la paraula *el·líptic* només en el seu títol, i una fracció molt més gran treballa amb equacions o sistemes el·líptics. «Difícilment hi ha cap aspecte d'aquestes equacions que no hagi tingut en compte», ha dit. Malgrat la seva varietat, les EDP el·líptiques tenen una teoria ben desenvolupada a la qual Nirenberg ha contribuït en gran mesura. En el primer any de la seva publicació (1953) va publicar tres articles més, dos dels quals involucraven EDP el·líptiques no lineals, a les quals va retornar uns anys més tard.

Al llarg dels vint anys següents, amb diversos col·laboradors, va desenvolupar la teoria de les equacions el·líptiques i va satisfer certs criteris de regularitat que ell mateix havia formulat. Si bé ja es coneixien demostracions de l'existència i unicitat de solucions febles per als problemes el·líptics, Nirenberg va abordar la qüestió, molt més difícil, de quant regular és aquesta solució feble. (Una solució feble d'una EDP no té necessàriament definides les derivades que apareixen en l'equació, però es considera que satisfà l'esmentada equació en un sentit matemàtic determinat.) Avui en dia, el mètode de les diferències de Nirenberg per a provar la regularitat a l'interior i a la frontera és part del que aprenen els estudiants de postgrau en EDP.

Un punt àlgid de la seva recerca en aquest àmbit és l'extensió d'aquest fet, que va dur a terme en col·laboració amb Shmuel Agmon i Avnon Doulis sobre estimacions *a priori* dels sistemes el·líptics lineals generals. Aquest és un dels resultats que més s'utilitza de l'anàlisi. Tal com Nirenberg va dir, l'objectiu era obtenir «estimacions generals per a sistemes generals sota condicions de contorn generals». De fet, la citació per al Steele Prize for Lifetime Achievement, que va rebre de l'American Mathematical Society el 1994, deia: «Nirenberg és un mestre en l'art i la ciència de l'obtenció i aplicació d'estimacions *a priori* en tots els àmbits de l'anàlisi».

Hi ha preguntes essencials sobre la regularitat de les equacions de Navier-Stokes, les solucions de les quals determinen el moviment de fluids, que encara estan obertes i constitueixen, de fet, un dels Problemes del Mil·lenni del CMI. Un dels millors resultats d'avui dia en aquesta direcció és l'estimació de Nirenberg-Caffarelli-Kohn sobre la mesura del conjunt de singularitats. Nirenberg creu que el problema es resoldrà aviat, però requerirà una ajuda més profunda de l'anàlisi harmònica.

Sobre la base de les estimacions anteriors d'Alberto Calderón i Antoni Zygmund, ell i Joseph Kohn van introduir el concepte d'operador pseudodiferencial, una generalització de l'operador de diferenciació parcial, que és útil en l'estudi de la regularitat de les solucions als problemes de contorn el·líptics. Estaven davant d'un problema que involucrava operadors integrals singulars (operadors integrals que no estan definits en un punt) i necessitaven dades, no presents a la literatura del moment, sobre certes propietats d'operadors integrals singulars. Per tant, van desenvolupar el que necessitaven i el resultat fou la noció d'operador pseudodiferencial, de gran utilitat. Això va ajudar a generar una enorme quantitat de treballs posteriors en aquest camp. Una altra obra important va ser la que va fer conjuntament amb François Trèves sobre la resolubilitat d'EDP generals lineals. Hi ha també altres resultats destacats en la seva recerca sobre la regularitat dels problemes de frontera lliure amb David Kinderlehrer i Jo-

el Spuck. Aquests problemes han trobat una àmplia gamma d'aplicacions, entre les quals la propagació de flames.

Tal com s'ha esmentat més amunt, Nirenberg, un pioner en EDP no lineals, ha retornat la seva atenció en diverses etapes a les equacions completament no lineals, per a fer descobriments sorprenents. Un exemple n'és la sèrie d'articles sobre l'existència de solucions suaus de les equacions de tipus Monge-Ampère, que són EDP no lineals de segon ordre amb simetries especials, amb Luis Caffarelli i Spuck. L'estudi que fa Nirenberg de les solucions simètriques d'equacions el·líptiques no lineals utilitzant mètodes de moviment pla amb Basilis Gidas i Wei Ming Ni, i més tard amb Henri Berestycki, és una enginyosa aplicació del principi del màxim. Mawhin ha dit de Nirenberg que és el «Paganini del principi del màxim». Gràcies a les idees i els mètodes de Nirenberg, això s'ha convertit en una bella teoria i ha donat lloc a aplicacions en la teoria de la combustió.

Les següents cites famoses de Nirenberg són indicatives del seu domini del maneig de la no linealitat —el problema determina el mètode. En la seva conferència convidada al Congrés Internacional de Matemàtics d'Estocolm (ICM 1962), va dir: «La majoria dels resultats sobre problemes no lineals segueixen obtenint a través dels lineals, malgrat el fet que els problemes no siguin lineals, i no a causa d'això». En la mateixa conferència també va dir, parlant del resultat d'algú altre: «El caràcter no lineal de l'equació s'utilitza d'una manera essencial; de fet, obté resultats gràcies a la no linealitat, i no malgrat la no linealitat».

L'àmplia gamma d'interessos de Nirenberg inclou també geometria diferencial i topologia, on va fer també importants contribucions. En anàlisi harmònica, una funció d'oscil·lació mitjana fitada (BMO) és una funció amb valors reals i amb oscil·lació mitjana fitada (és a dir finita). Motivat pel treball anterior de Fritz John sobre elasticitat, Nirenberg, conjuntament amb John, va investigar per primera vegada la topologia de l'espai d'aquestes funcions, i en va donar una definició precisa. Aquest espai s'anomena de vegades l'*espai de John-Nirenberg*. Els resultats van ser crucials per al treball posterior de Charles Fefferman sobre aquest espai de funcions, que s'ha utilitzat posteriorment en moltes parts de l'anàlisi i en la teoria de martingales. Més recentment, motivat per alguns problemes no lineals de la física, Nirenberg ha tornat a aquest camp i, en col·laboració amb Haim Brezis, ha investigat l'espai de funcions amb oscil·lació mitjana nul·la (VMO). Les funcions VMO són funcions contínues que s'anul·len a l'infinit i l'espai de funcions que formen és en realitat un subespai de BMO. Nirenberg i Brezis van estendre la teoria del grau en topologia a les aplicacions de VMO, un resultat que va sorprendre els topòlegs.

Una qüestió fonamental en l'estudi de les varietats complexes és la següent: *Quan una estructura quasicomplexa ve donada per una estructura complexa?* Una varietat és un espai topològic que pot ser localment descrit en termes d'espais més senzills i ben entesos, com els euclidians. Perquè una varietat sigui una varietat complexa (on es poden definir les operacions amb nombres imaginaris) l'existència d'una estructura quasicomplexa és necessària, però no suficient. (Una varietat quasicomplexa és una varietat suau equipada amb una estructura que, a grans trets, defineix operacions amb nombres imaginaris a cada espai tangent, la varietat diferenciable associada a cada punt.) És a dir, cada varietat complexa és una varietat quasicomplexa, però no al revés.

El 1957, Nirenberg, amb el seu estudiant August Newlander, demostrà un resultat fonamental que responia una pregunta seva que havia estat oberta durant molts anys. Segons Nirenberg, André Weil i Shiing-Shen Chern li havien fet parar atenció al problema de demostrar la condició d'integrabilitat per a estructures quasi complexes. La seva resolució va aplanar el camí per a l'estudi de molts aspectes de les varietats complexes, en particular la teoria de la deformació. Tot i que el problema és lineal, la prova de Newlander i Nirenberg el redueixen a un sistema d'EDP no lineals, de manera que cada equació involucra derivades respecte d'una sola variable complexa. Aquesta tremenda visió de Nirenberg de les propietats de les EDP i la seva habilitat única per a connectar-les amb l'anàlisi i la geometria envaeixen tots els seus treballs.

Les desigualtats han tingut sempre un atractiu especial per a Nirenberg, i n'hi ha diverses d'importants associades al seu nom; un resultat molt important és el conjunt de desigualtats de Gagliardo-Nirenberg. La cita de l'AMS les va anomenar una «joia menor». La passió de

Nirenberg per les desigualtats prové de la seva llarga relació amb Kurt Friedrichs al Courant Institute for Mathematical Science (CIMS) a la Universitat de Nova York, on Nirenberg va anar a parar després de la seva graduació amb menció en física i matemàtiques per la Universitat de McGill el 1945. Tot i que volia fer física, gràcies a un excel·lent professor de física de McGill, primer va fer matemàtiques seguint l'assessorament de Richard Courant. Nirenberg reconeix que Friedrichs va exercir una gran influència sobre ell, i que la seva visió de les matemàtiques està molt influenciada per la de Friedrichs.

«Friedrichs era un gran amant de les desigualtats i això em va influenciar molt. El punt de vista era que les desigualtats són més interessants que les igualtats, les identitats», deia Nirenberg en una entrevista a l'AMS. En algun altre lloc, també ha dit: «M'encanten les desigualtats. Així que si algú me'n mostra una de nova, li dic: Oh! que bonic, deixa-m'hi pensar.» Tot i que volia fer el seu doctorat sota la direcció de Friedrichs, va acabar fent-lo amb Jim Stoker i el va acabar el 1949. Però la influència de Friedrichs és clarament visible en l'elecció de problemes per part de Nirenberg, sovint procedents de la física. Ell no fa distinció entre «matemàtica pura» i «matemàtica aplicada», una actitud que és el resultat de tota la seva carrera al CIMS «on només hi ha matemàtiques, i la gent s'interessa en problemes purs o aplicats», una herència de Courant i Friedrichs. Encara que Nirenberg diu d'ell mateix que és més un solucionador de problemes que no pas un creador de teories, el seu enfocament dels problemes ha donat lloc a la formulació de teories senceres en diferents àrees de les matemàtiques.

Nirenberg és reconegut per les seves excellents conferències i per les seves lúcides redaccions expositives. Ha publicat més de cent vuitanta-cinc articles i ha tingut quaranta-sis estudiants i dos-cents quaranta-cinc descendents segons el Mathematics Genealogy Project. En cadascun dels últims deu anys, els quinze articles més citats de totes les matemàtiques n'inclouen almenys dos de Nirenberg, segons MathSciNet. El fet que gairebé el noranta per cent dels seus articles estan escrits en col·laboració mostra com Nirenberg, durant més de sis dècades, ha compartit el seu coneixement i comprensió matemàtica amb matemàtics de tot el món. També és molt generós i presenta amb entusiasme els resultats d'altres matemàtics en les seves conferències i articles.

Kohn ha dit: «La carrera de Nirenberg ha estat una inspiració, els seus nombrosos estudiants, col·laboradors i col·legues han après molt d'ell. A part de les matemàtiques, Nirenberg ens ha ensenyat a tots a gaudir dels viatges, el cinema i la gastronomia. Una apreciació justa de Nirenberg ha d'incloure també el seu sentit de l'humor, sempre present. El seu humor és incontenible, per la qual cosa en certes ocasions arriba a la pàgina impresa».

En l'entrevista a l'AMS, Nirenberg va dir: «Vaig escriure un article amb Philip Hartman, que era elemental però molt divertit. Això és el que intento transmetre a la gent que no sap res de matemàtiques, com en són de divertides que són! Una de les meravelles de les matemàtiques és que vas a qualsevol lloc del món i coneixes altres matemàtics i és com una gran família. Aquesta gran família és una joia meravellosa.»

R. Ramachandran

Entrega del Premi Albert Dou

Com ja sabeu, la Junta de la SCM decidí convocar el Premi Albert Dou, en record del pare Dou, que ens deixà fa ja un temps. Aquest premi, com es diu a les seves bases, és per a treballs inèdits o publicats en els darrers dos anys que contribueixin a fer visible la importància de les matemàtiques en el nostre món, a transmetre el coneixement matemàtic a un públic més ampli que els mateixos especialistes, i a promoure tot el que pugui ajudar a l'extensió del prestigi de la matemàtica a la nostra societat. Es vol que tingui una periodicitat biennal.

A la primera edició s'hi presentaren tretze treballs, fet que es pot considerar un èxit. El Jurat comentà l'alta qualitat de tots els treballs, i la dificultat que tingué per a triar el guanyador.